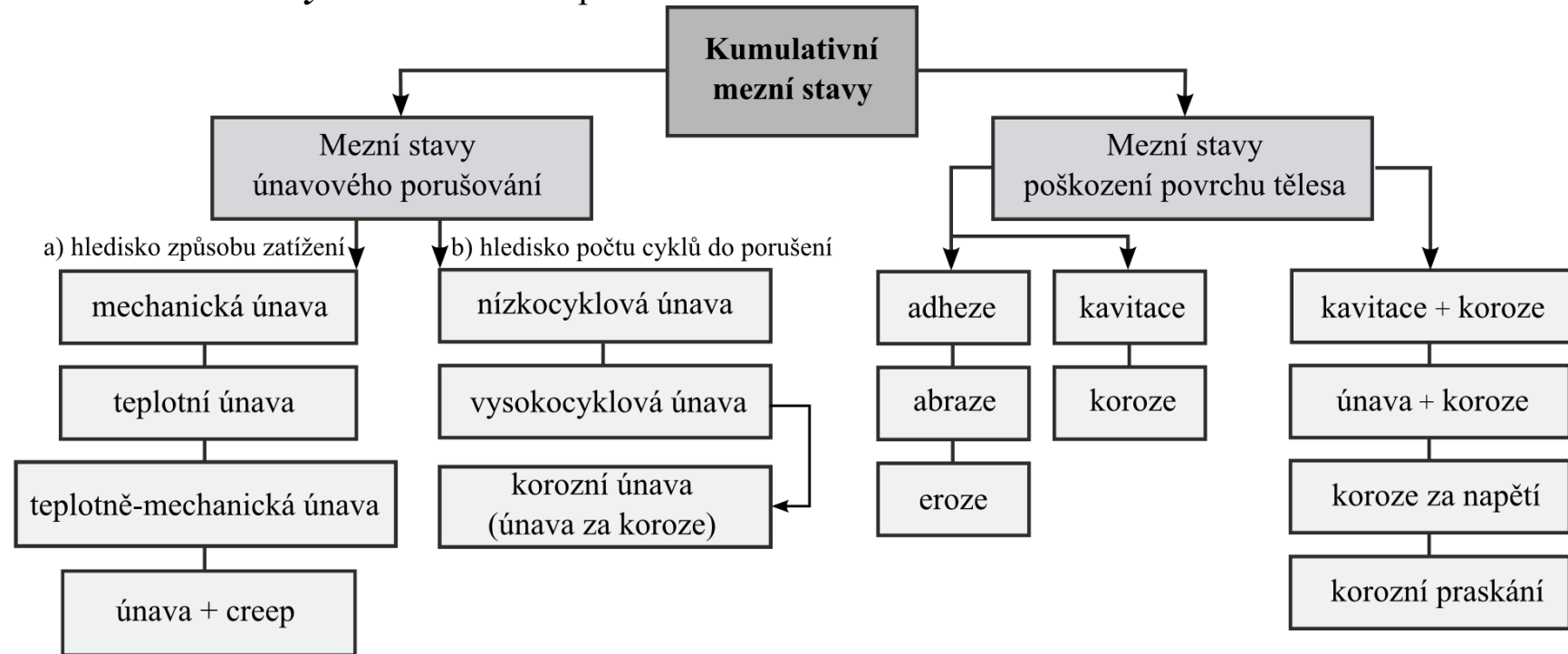


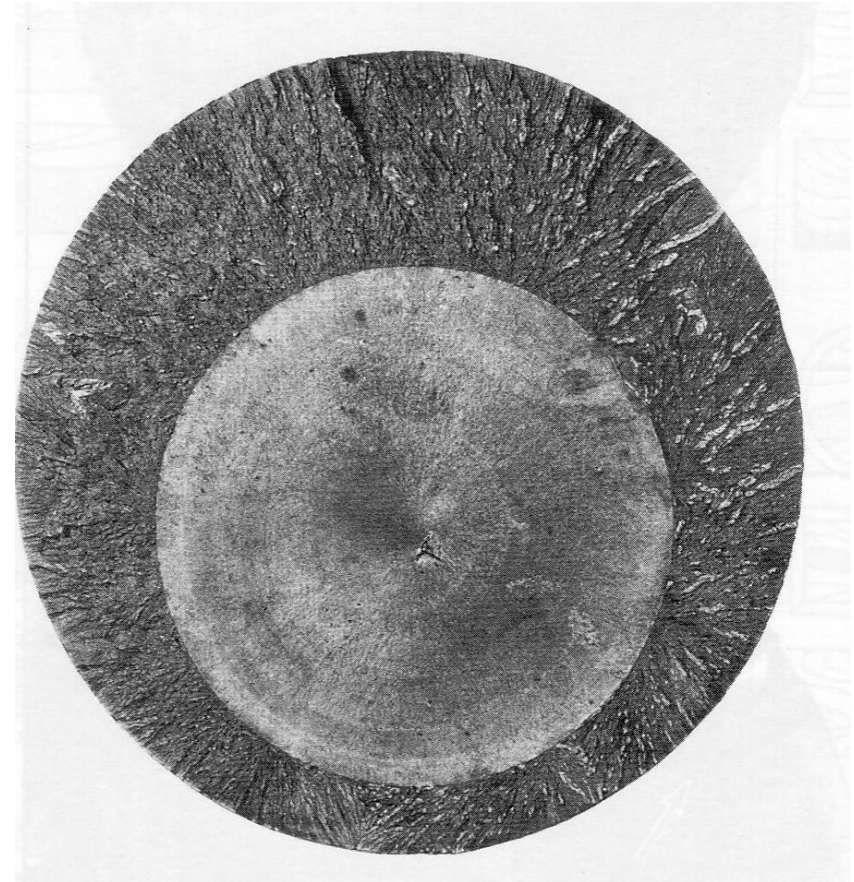
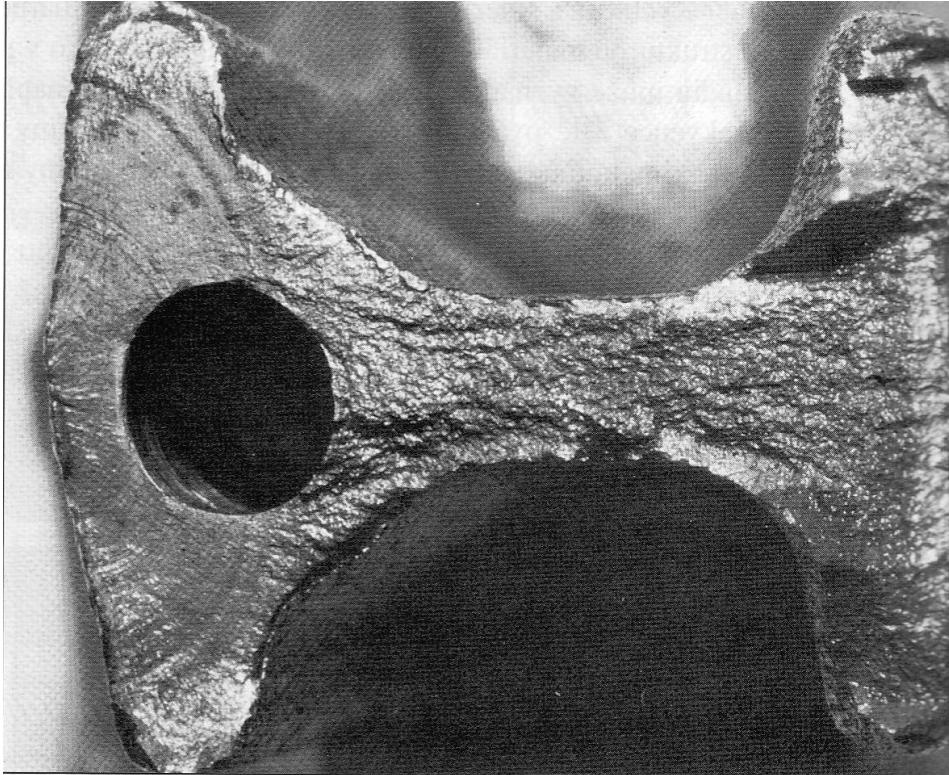
Mezní stav únavové pevnosti

patří mezi tzv. kumulativní mezní stavy. Na rozdíl od okamžitých mezních stavů závisí kumulativní stavy nejen na okamžitém zatěžovacím (deformačně-napěťovém) stavu tělesa, ale na celé historii těchto stavů, během níž dochází k nevratným změnám v materiálu tělesa a ke kumulaci jeho poškození. Významnou roli u kumulativních mezních stavů hrají ovlivňující faktory, jako např. teplota, jakost povrchu tělesa, chemické působení prostředí, energetická pole apod.

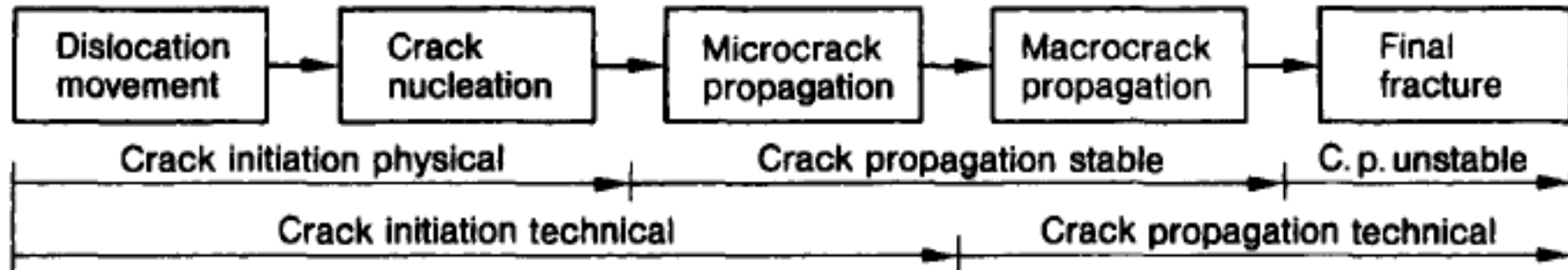
Kumulativní mezní stavy lze dále dělit např. takto:



Příklady únavových lomů při namáhání tahem

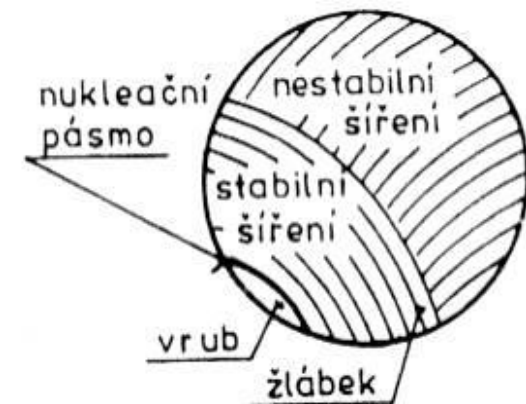


Etapy únavového procesu z mikroskopického a makroskopického hlediska



Odpovídající české termíny:

Etapa	Členění z fyzikálního hlediska	Členění z technického hlediska
<ul style="list-style-type: none"> • pohyb dislokací • nukleace trhliny • růst mikrotrhliny • růst makrotrhliny 	<ul style="list-style-type: none"> • etapa iniciace trhliny • stabilní růst trhliny • nestabilní růst trhliny 	<ul style="list-style-type: none"> • etapa iniciace trhliny • etapa růstu (šíření) trhliny
závěrečné dolomení = mezní stav lomu = mezní stav únavové pevnosti		



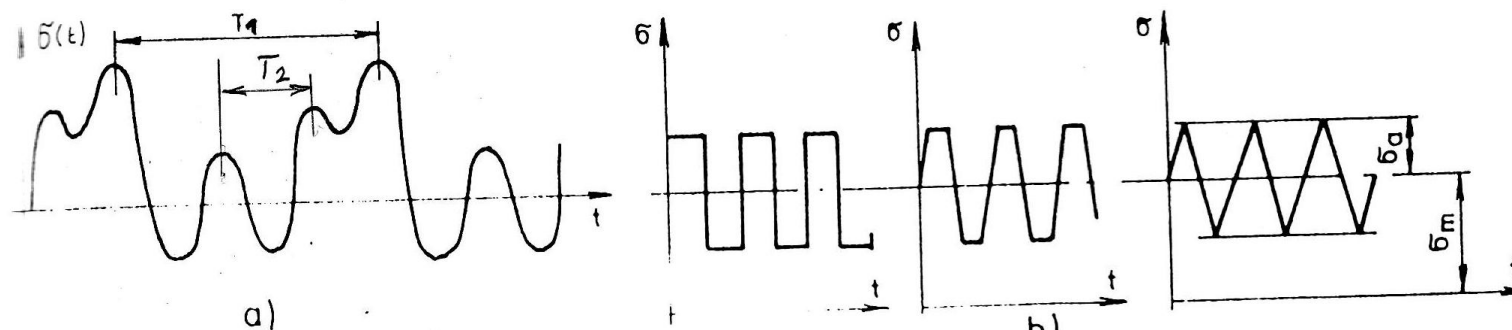
Klasické přístupy (Wöhler) se nezabývají vznikem, existencí a šířením trhliny, ale až mezním stavem únavové pevnosti (lomu), který ukončuje technický život součásti.

Popisem chování existující trhliny a predikcí jejího šíření se zabývá **lomová mechanika**.

Mezní stav únavové pevnosti nastává při časově proměnném namáhání a deformacích (obvykle při časově proměnném zatěžování, ale nastává někdy i při stacionárním nebo jednosměrně rostoucím zatížení – vibrace při proudění okolního média, ohyb za rotace). Závisí na historii zatěžování v důsledku kumulace poškození jednotlivými zátěžnými cykly (kmity).

Časově proměnné průběhy namáhání a deformace:

- deterministické
 - periodické
 - harmonické
 - neharmonické
 - neperiodické
- stochastické
 - stacionární
 - nestacionární

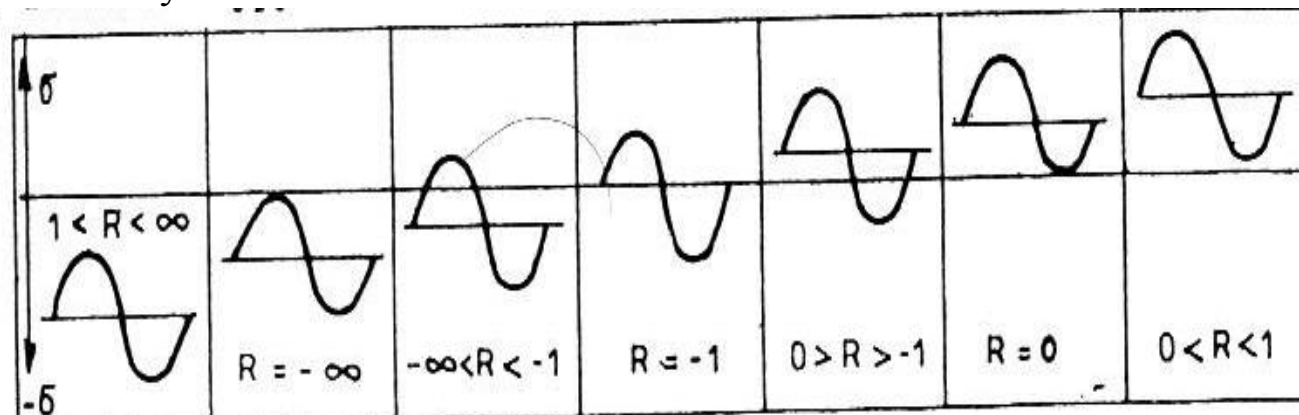


obr. 154

Tvar a frekvence cyklů nemají obvykle významný vliv na únavové poškození. Při výpočtovém hodnocení únavy se často také nebere ohled na pořadí cyklů namáhání.

Základní parametry napěťového cyklu:Střední napětí cyklu: σ_m Amplituda napětí: σ_a Rozkmit napětí: $\Delta\sigma = 2\sigma_a$ Dolní napětí cyklu: $\sigma_n = \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$ Horní napětí cyklu: $\sigma_h = \sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$ (Shigley používá obojí značení)Součinitel asymetrie: $R = \sigma_n / \sigma_h = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ Perioda cyklu: $T[s]$ **Základní typy cyklů podle součinitele asymetrie R:**

1. Pulzující v tlaku
2. Míjivý v tlaku
3. Střídavý nesymetrický
4. Střídavý symetrický
5. Střídavý nesymetrický
6. Míjivý v tahu
7. Pulzující v tahu



Únavové charakteristiky závisejí nejen na materiálu, ale i na:

- tvaru součásti,
- velikosti součásti,
- stavu a jakosti povrchu,
- tepelném a mechanickém zpracování,
- stavu součásti a prostředí (teplota, korozní agresivita)

Únavové charakteristiky tedy jsou:

- specifické pro součást,
- specifické pro materiál - **základní únavové charakteristiky.**

Základní únavové charakteristiky:

- cyklická křivka $\sigma - \varepsilon$, popsaná Ramberg-Osgoodovým aproximačním vztahem $\sigma_a = K' \cdot \varepsilon_{ap}^{n'}$, může vůči statické křivce $\sigma - \varepsilon$ vykazovat zpevnění nebo změkčení (odpevnění)
- Wöhlerova křivka (S-N) – platná pro vysokocyklovou únavu (VCÚ), určuje mez únavy σ_C do lomu¹; oblast časované pevnosti se dá popsat např. rovnicí: $\log N_f = a - m \cdot \log \sigma_a \Rightarrow \sigma_a^m \cdot N = \sigma_C^m \cdot N_C = A$
Konkrétní parametry křivky platí vždy pro jistou pravděpodobnost porušení a konfidenci.
- Manson-Coffinova křivka² – platná pro nízkocyklovou únavu (NCÚ), zobrazuje se v logaritmických souřadnicích ($\log \varepsilon_a - \log N_f$); její matematický popis je založen na elastické a plastické složce amplitudy přetvoření

$$\varepsilon_{at} = \varepsilon_{a,e} + \varepsilon_{a,p} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c$$

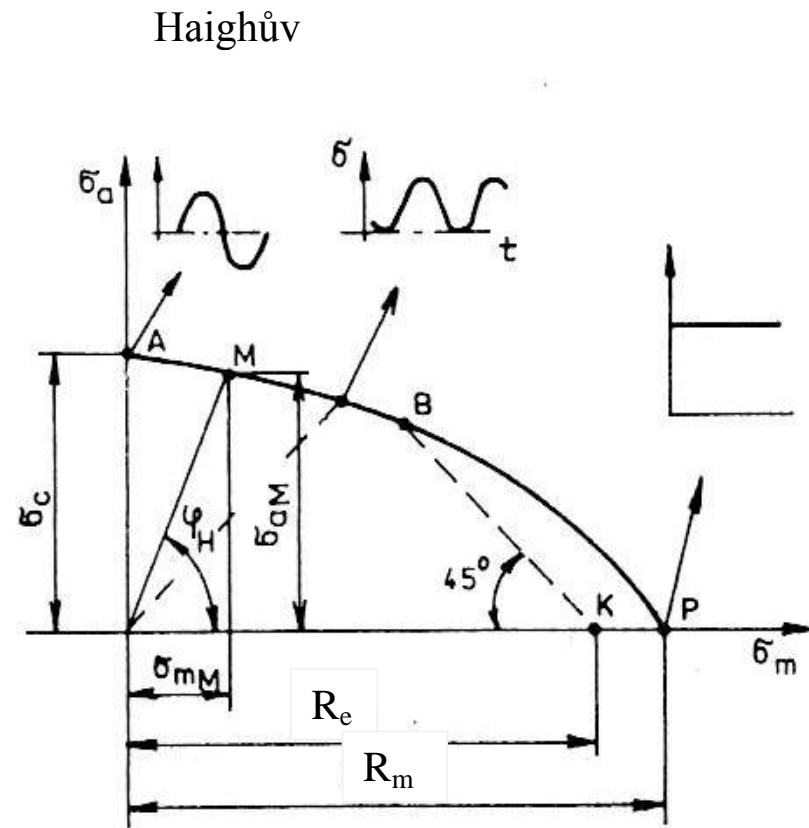
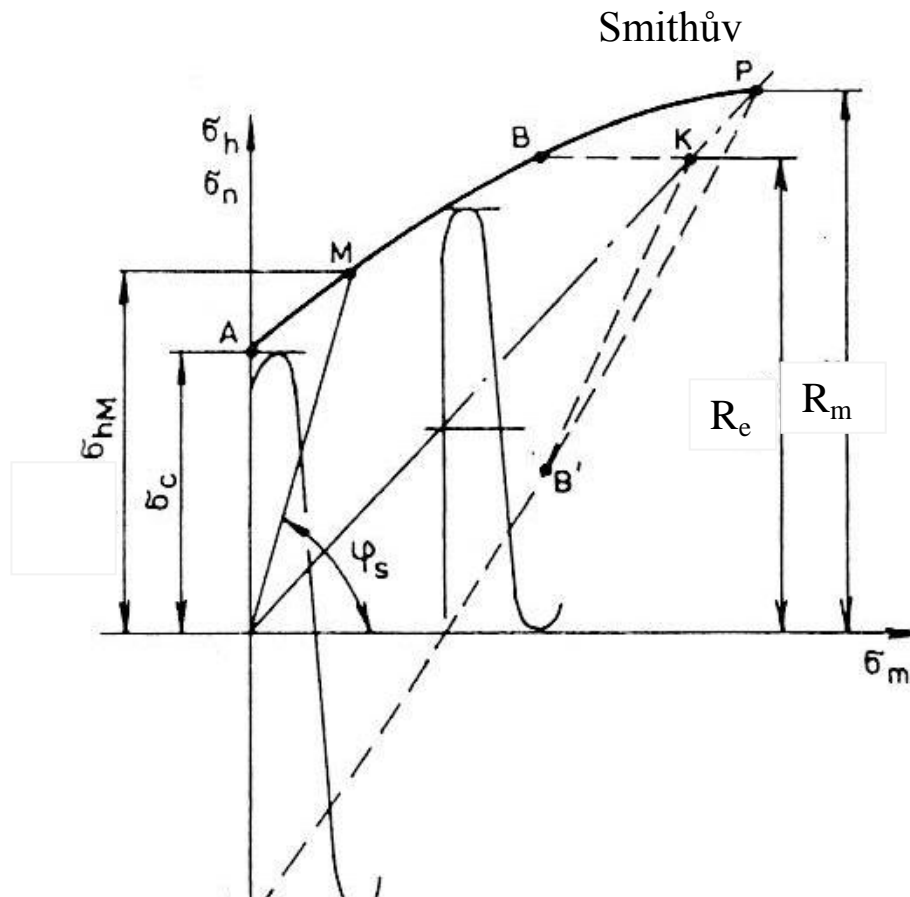
Hranice mezi NCÚ a VCÚ je smluvní, u nás se obvykle bere 10^5 cyklů do lomu (v USA nižší, až 10^3).

¹ Za únavové porušení lze smluvně považovat rovněž vznik trhliny definované velikosti nebo definovaný pokles tuhosti vzorku během zkoušky vlivem šíření trhliny.

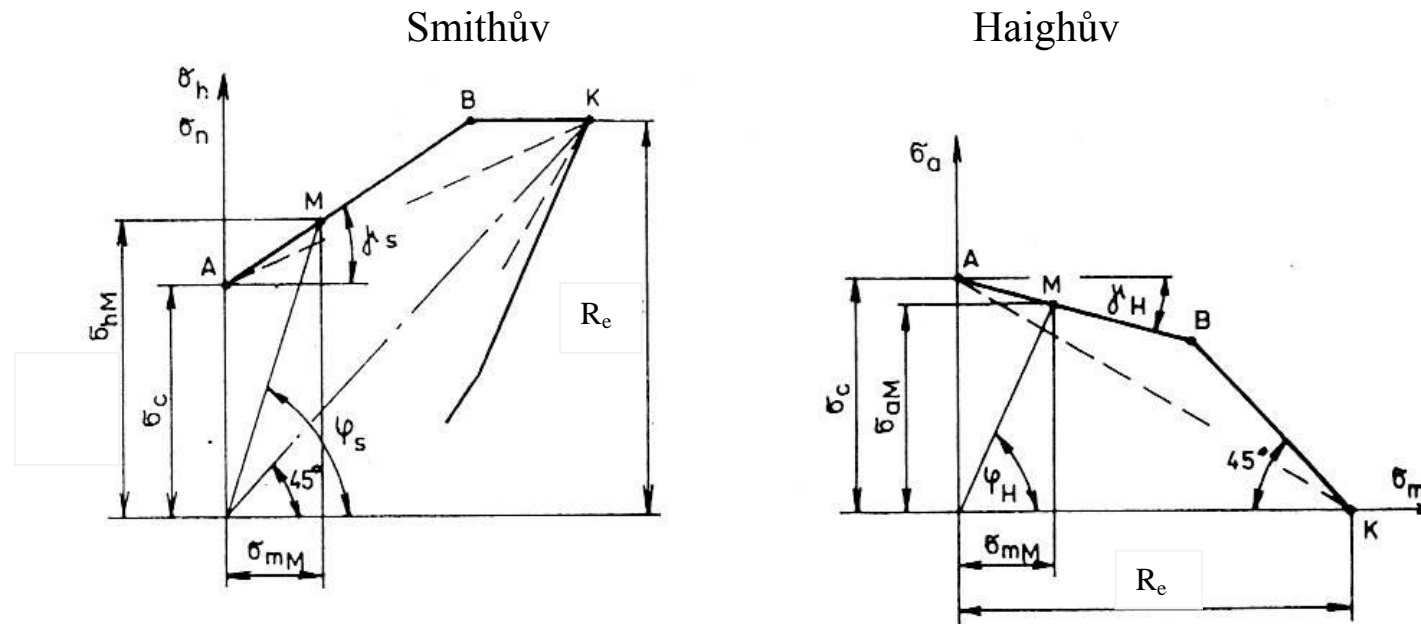
² Závislost celkového přetvoření ε_{at} na počtu cyklů do lomu N_f se obvykle v literatuře označuje jako Manson-Coffinova křivka, i když tito autoři navrhli závislost pouze pro plastickou složku přetvoření a ta byla do uvedené podoby rozšířena Basquinem a Morrowem.

Základní charakteristiky se určují pro jednoosou napjatost (tah, ohyb, příp. krut - smyková napjatost) a pro symetrický cyklus ($\sigma_m = 0$, resp. $R = -1$).

Dalšími únavovými charakteristikami pro určení meze únavy u asymetrického cyklu ($\sigma_m > 0$) jsou **Smithův** a **Haighův** diagram:



Zjednodušené diagramy podle Serensena (sklon mezních přímek funkcí mechanických charakteristik)



Úhly γ_s , resp. γ_H pro konstrukci zjednodušených diagramů se určí ze vztahů:

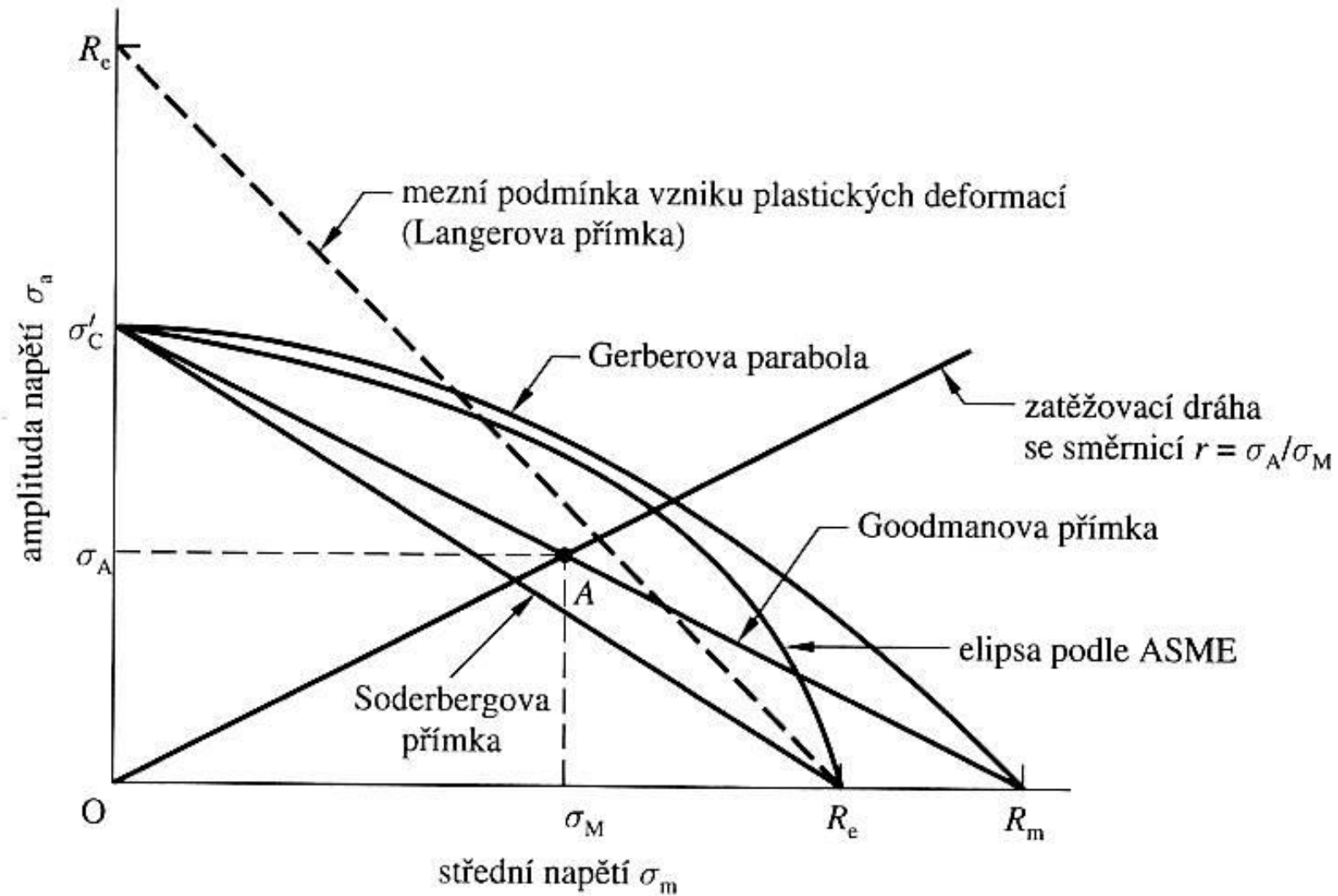
$$\operatorname{tg} \gamma_s = 1 - \psi \qquad \operatorname{tg} \gamma_H = \psi$$

Tabulka konstant ψ pro konstrukci zjednodušených diagramů:

R_m [MPa]	350-520	520-700	700-1000	1000-1200	1200-1400
ψ_σ	0	0,05	0,1	0,2	0,25
ψ_τ	0	0	0,05	0,1	0,15

Smithův i Haighův diagram lze analogicky sestavit a zjednodušit i pro smykovou složku napětí, index σ se zde vztahuje k diagramu pro normálová napětí, τ pro smyková.

Jiná používaná zjednodušení Haighova diagramu



Matematické vyjádření mezních čar (obálek)

vztažené k mezním čarám pro oblast trvalé pevnosti a koncepci lokálních napětí (obdobně lze formulovat i pro časovanou pevnost a koncepci nominálních napětí).

Soderberg (lineární) – velmi konzervativní, vylučuje plastické deformace.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_C} + \frac{\sigma_m}{R_e} = 1 \rightarrow \sigma_a = \sigma'_C - \frac{\sigma'_C}{R_e} \sigma_m$$

Ostatní kritéria by měla být používána v kombinaci s Langerovou přímkou pro vyloučení plastických deformací (NCÚ).

Goodman (lineární)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_C} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1 \rightarrow \sigma_a = \sigma'_C - \frac{\sigma'_C}{R_m} \sigma_m$$

Gerber (parabolické)

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_C} + \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 = 1 \rightarrow \sigma_a = \sigma'_C - \frac{\sigma'_C}{R_m^2} \sigma_m^2$$

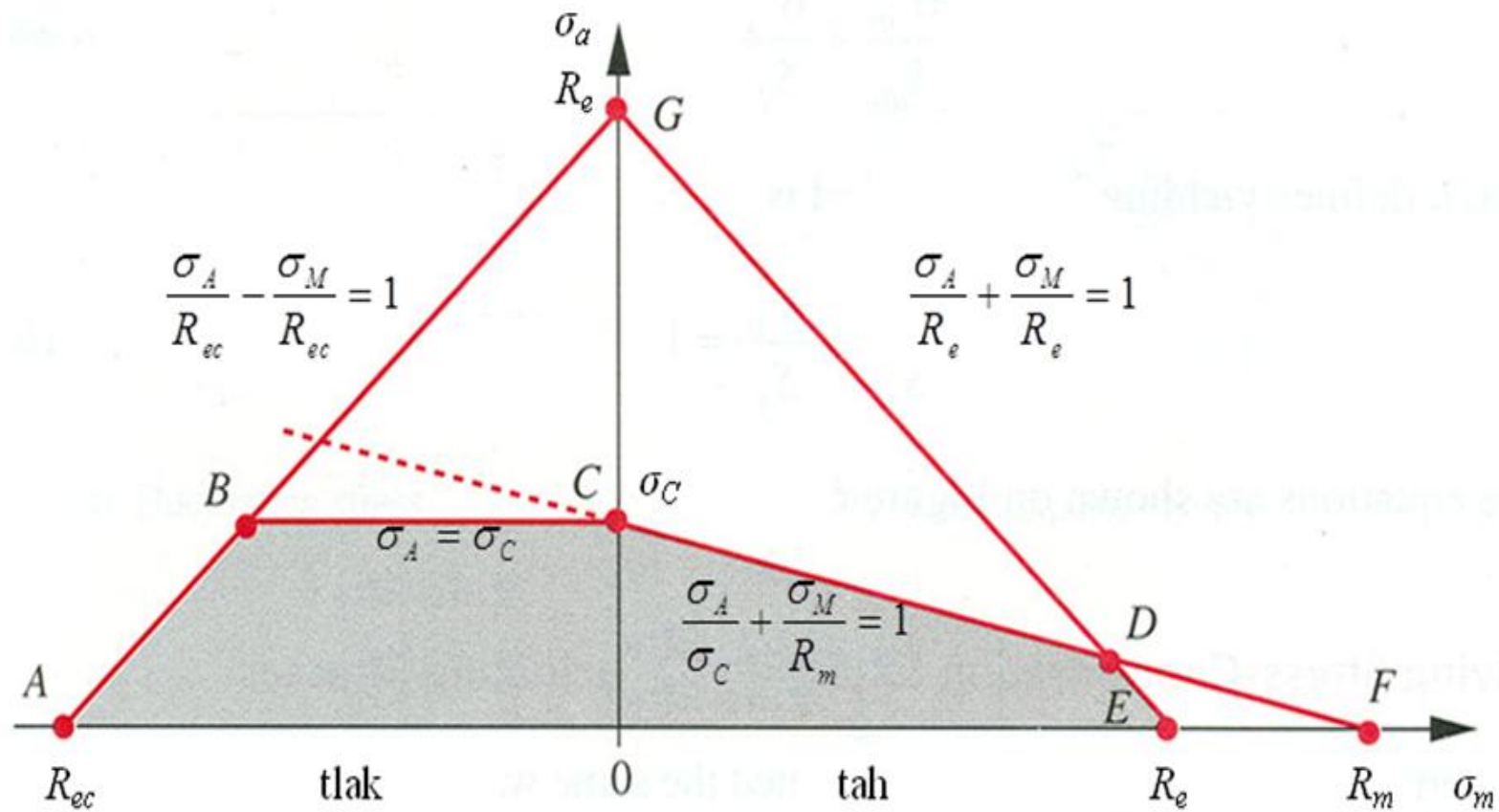
ASME (eliptické)

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma'_C} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 = 1$$

Serensen (skripta PPII, obr. 171) $\sigma_a = \sigma'_C - \psi_\sigma \frac{\sigma'_C}{\sigma_C} \sigma_m$ příp. zjednodušený vztah $\sigma_a = \sigma'_C - \psi_\sigma \sigma_m$

Vhodnost jednotlivých kritérií závisí na typu materiálu – lze posoudit jedině porovnáním s experimentálními výsledky.

Zjednodušený **Haighův diagram** (aproximace dle Goodmana) **rozšířený na tlakovou oblast** ($\sigma_m < 0$)



Pozn.: Toto zjednodušení neuvažuje příznivý vliv záporných středních napětí (tlaku), pokud při sečtení se zápornou amplitudou (největší absolutní velikost napětí během cyklu) nedochází k plastickým deformacím. V realitě i záporná střední napětí ovlivňují mez únavy a existují přístupy, které to zohledňují.

Výpočtové hodnocení MS únavové pevnosti

Přehled koncepcí pro posuzování nesvařovaných konstrukcí

1. Koncepce nominálních napětí

- jednostupňové deterministické namáhání (konstantní amplituda a střední hodnota napětí)
 - trvalá pevnost (pro neomezenou životnost)
 - jednoosá napjatost
 - rovinná napjatost
 - časovaná pevnost (pro omezenou životnost)
- vícestupňové deterministické namáhání (několik různých typů cyklů napětí)
- náhodné (stochastické) namáhání (proměnná amplituda napětí) při jednoosé napjatosti

2. Koncepce lokálních napětí a deformací

- koncepce lokálních elastických napětí
- koncepce lokálních elasto-plastických napětí a deformací – pro časovanou pevnost v oblasti NCÚ
 - Neuberova koncepce
 - koncepce ekvivalentní energie (Molski – Glinka)
 - řada dalších koncepcí

3. Koncepce lomové mechaniky

- koncepce popisující stabilní růst trhliny

Koncepce nominálních napětí - pro trvalou pevnost

- **Souměrný střídavý cyklus napětí a jednoosá napjatost.**

Podmínka mezního stavu únavy je $\sigma_{a,nom} = \sigma_C^*$,

a následně součinitel bezpečnosti $k_C = \frac{\sigma_C^*}{\sigma_{a,nom}}$ nebo $k_C = \frac{\sigma_{hC}^*}{\sigma_{h,nom}}$, kde

$\sigma_{a,nom}$ - amplituda nominálního napětí,

σ_C^* - mez únavy součásti s vrubem při symetrickém střídavém cyklu,

$\sigma_{h,nom}$ - horní napětí cyklu,

σ_{hC}^* - mez únavy součásti s vrubem (horní napětí) při míjivém cyklu.

Oba vztahy pro bezpečnost (počítanou z amplitud nebo horních napětí cyklu) jsou rovnocenné v případě proporcionálního zatěžování a přetěžování (poměr amplitudy a střední hodnoty napětí se během zatěžovacího procesu nemění). Při zatěžování neproporcionálním dávají různé hodnoty a následně se liší také doporučené hodnoty bezpečnosti.

Meze únavy se určí buď experimentálně pro danou součást s vrubem, nebo stanoví z meze únavy vzorku bez vrubu s příslušnými korekcemi:

$$\sigma_C^* = \sigma_C \frac{v\eta}{\beta} = \frac{\sigma_C}{\beta^*}$$

Součinitelem vrubu je tedy snižována únavová pevnost (naopak u koncepcie lokálních napětí se součinitelem vrubu zvyšuje působící napětí). Zde

- σ_C mez únavy hladkého vzorku bez vrubu
- v součinitel vlivu velikosti ($v < 1$)
- η součinitel vlivu jakosti povrchu ($\eta < 1$)
- β součinitel vrubu ($\beta > 1$)

Součinitele velikosti a jakosti povrchu se určují na základě empirických vztahů a diagramů, které lze dohledat v literatuře.

Součinitel vrubu β lze vyjádřit ze součinitele tvaru (koncentrace napětí) α různými způsoby, např.:

- Heywoodovým vztahem

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + 2 \frac{(\alpha - 1)}{\alpha} \sqrt{\frac{a'}{r}}}$$

- Podle Neubergera ze vztahu

$$\beta = 1 + \frac{\alpha - 1}{1 + \sqrt{\frac{a}{r}}}$$

V obou případech se parametr a resp. a' určuje na základě experimentů.

Také lze využít vrubové citlivosti q definované vztahem:

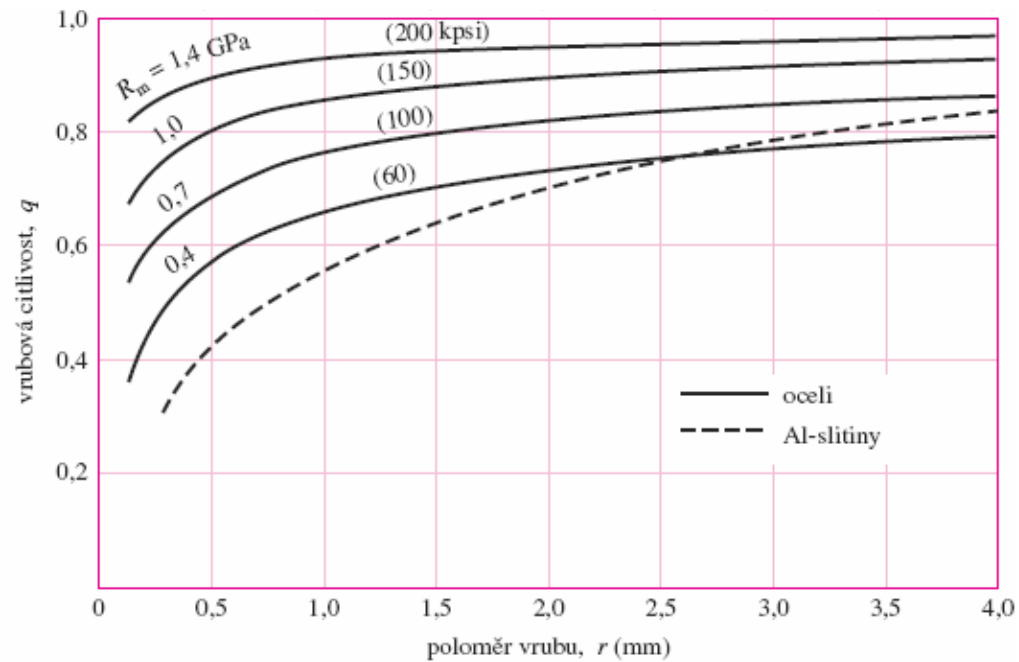
$$q = \frac{\beta - 1}{\alpha - 1}$$

z čehož plyne $\beta = 1 + q(\alpha - 1)$

Pokud vyjádříme vrubovou citlivost q z Neuberova vztahu, dostaneme (Shigley, rovnice 7-33, s. 354)

$$q = \frac{\beta - 1}{\alpha - 1} = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}}$$

Vrbová citlivost byla pro některé materiály zpracována do grafů (např. Shigley, obr. 7-20, s. 353)



Graf lze pro oceli aproximovat Neuberovou rovnicí, pokud za parametr a dosadíme (Shigley, rov. 7-34, s. 354)

$$\sqrt{a} = 1,238 - 0,225 \cdot 10^{-2} \cdot R_m + 0,160 \cdot 10^{-5} \cdot R_m^2 + 0,410 \cdot 10^{-9} \cdot R_m^3$$

Pro nesymetrické cykly se použije Haighův diagram. Obvykle se sestavuje přímo pro součást, volba jeho zjednodušení závisí především na dostupnosti experimentálních údajů pro daný materiál. Při koncepci nominálních napětí použijeme v rovnicích popisujících mezní obálky zjednodušeného Haighova diagramu σ_C^* namísto σ'_C .

Diagramy se obvykle vykreslují pro trvalou pevnost (jak bylo ukázáno), ale je možné je použít i pro časovanou pevnost v oblasti vysokocyklové únavy.

Podle použité koncepce posouzení potom jako mezní hodnoty v oblasti trvalé pevnosti vystupují

- σ'_C ... mezní vrubové napětí. Je to mezní hodnota napětí v kořeni vrubu součásti při níž dojde k únavovému porušení. Použije se v koncepci lokálních elastických napětí.
- σ_C^* ... mez únavy součásti s vrubem. Má charakter nominálního napětí (tj. napětí určeného pomocí elementárních vztahů pružnosti a pevnosti)³, použije se v koncepci nominálních napětí.

³ Určuje se obvykle v průřezu vzdáleném – **neovlivněném vrubem**, někdy ale též v průřezu oslabeném vrubem!

Z Haighova (Smithova) diagramu lze s použitím Serensenova zjednodušení mezní obálky odvodit za předpokladu **proporcionálního** (poměr amplitudy a střední hodnoty napětí se během zatěžovacího procesu nemění) průběhu zatěžování a přetěžování následující vztahy pro **součinitel bezpečnosti**:

$$k_C = \frac{\sigma_C^*}{\frac{\sigma_C^*}{\sigma_C} \psi_\sigma \sigma_m + \sigma_a} \cong \frac{\sigma_C^*}{\sigma_{ae}} \quad \text{nebo} \quad k_C = \frac{\tau_C^*}{\frac{\tau_C^*}{\tau_C} \psi_\tau \tau_m + \tau_a} \cong \frac{\tau_C^*}{\tau_{ae}}$$

kde σ_{ae} (τ_{ae}) představuje amplitudu ekvivalentního symetrického cyklu se stejnou bezpečností, kterou lze určit také pomocí zjednodušených vztahů:

$$\sigma_{ae} = \psi_\sigma \sigma_m + \sigma_a \quad \text{nebo} \quad \tau_{ae} = \psi_\tau \tau_m + \tau_a .$$

Pro jiná zjednodušení Haighova diagramu dostaneme analogicky pro amplitudu ekvivalentního symetrického cyklu vztahy:

Soderberg:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_C} + \frac{\sigma_m}{R_e} = \frac{1}{k} \rightarrow k = \frac{\sigma'_C}{\sigma_a + \frac{\sigma'_C \sigma_m}{R_e}} \quad \sigma_{ae} = \frac{\sigma'_C}{R_e} \sigma_m + \sigma_a$$

Goodman:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma'_C} + \frac{\sigma_m}{R_m} = \frac{1}{k} \rightarrow k = \frac{\sigma'_C}{\sigma_a + \frac{\sigma'_C \sigma_m}{R_m}} \quad \sigma_{ae} = \frac{\sigma'_C}{R_m} \sigma_m + \sigma_a$$

Nelineární aproximace Haighova diagramu neumožňují použití ekvivalentní amplitudy napětí.

U kritéria ASME lze vyjádřit prostou bezpečnost pro nesymetrický cyklus ve tvaru:

$$\left(\frac{k\sigma_a}{\sigma'_C}\right)^2 + \left(\frac{k\sigma_m}{R_m}\right)^2 = 1 \rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{\sigma'_C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{R_m}\right)^2}}$$

U Gerberova (parabolického) kritéria již jednoduché explicitní vyjádření prosté bezpečnosti není možné, její hodnota se získá řešením kvadratické rovnice:

$$\frac{k\sigma_a}{\sigma'_C} + \left(\frac{k\sigma_m}{R_m}\right)^2 = 1$$

V případě **zatěžování neproporcionálního** (při zatěžování není přímá úměrnost mezi středním napětím a amplitudou, zatěžovací dráha v grafickém znázornění je křivočará) již nelze bezpečnost určovat z poměru horních napětí, ale např. z Haighova diagramu se zohledněním zatěžovací a přetěžovací dráhy:

$$k_C = \frac{OM}{OP} ,$$

kde OM - délka zatěžovací a přetěžovací dráhy z počátku do mezního bodu M,
OP - délka zatěžovací dráhy z počátku do provozního bodu P.

Pro některé zatěžovací a přetěžovací dráhy mohou být výsledné hodnoty bezpečnosti podstatně odlišné od vztahu platného pro proporcionální (prosté) zatěžování.

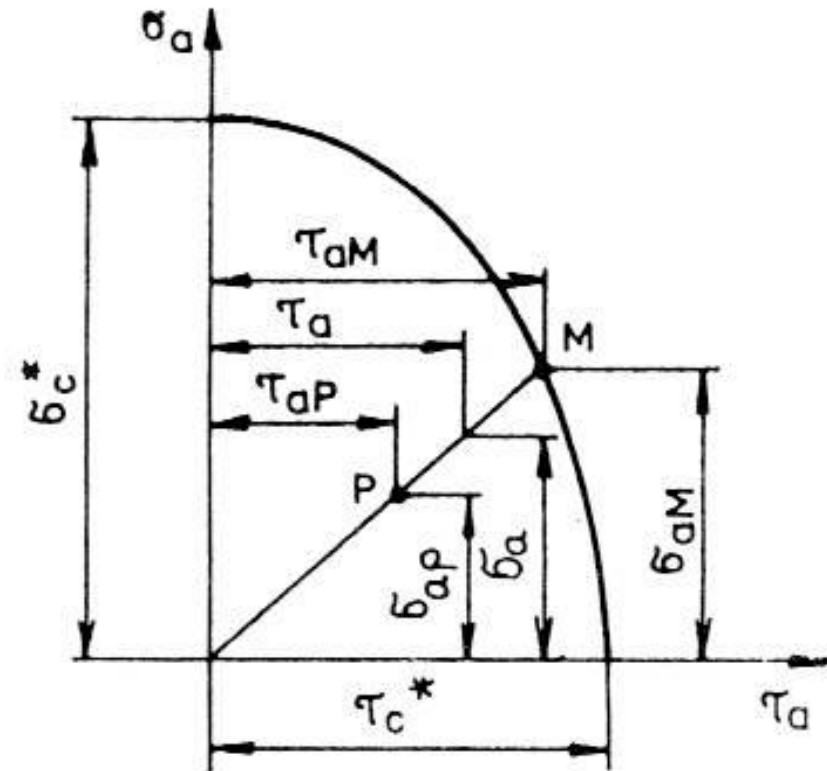
Pokud pro určení těchto bezpečností použijeme Smithův diagram, budou se výsledné hodnoty lišit od bezpečností určených z Haighova diagramu. V praxi se pro ně proto používají odlišné doporučené hodnoty bezpečnosti.

Bezpečnost při kombinovaném namáhání

U kombinovaného namáhání prutů (pokud vzniká prutová napjatost s nenulovou normálovou i smykovou složkou napětí) vychází určení bezpečnosti z grafického vyjádření mezní křivky v souřadnicích τ_a , σ_a (viz obr.).

Pro **proporcionální zatěžování** lze počítat bezpečnost zvláště pro normálové napětí (k_σ) a pro smykové napětí (k_τ); pro výslednou bezpečnost se pak z grafického znázornění dá odvodit vztah

$$k_C = \frac{k_\sigma \cdot k_\tau}{\sqrt{k_\sigma^2 + k_\tau^2}}$$



V případě **zatěžování neproporcionálního** (při zatěžování není přímá úměrnost mezi normálovou a smykovou složkou napětí, zatěžovací dráha v grafickém znázornění je křivočará) již nelze bezpečnost určovat uvedeným postupem, ale podobně jako u Haighova diagramu z grafického vyjádření a poměru přetěžovací a zatěžovací dráhy.

Algoritmus pro posouzení bezpečnosti koncepcí nominálních napětí (platí pro trvalou pevnost)

1. Analýza průběhů VVU v prutech v čase - $N(t)$, $T(t)$, $M_o(t)$, $M_k(t)$.
2. Určení časových průběhů napětí $\sigma(t)$ a $\tau(t)$ v nebezpečných bodech nebezpečných průřezů a určení základních parametrů kmitů napětí (σ_a , σ_m a τ_a , τ_m) pro všechny nebezpečné body.
3. Určení meze únavy součásti σ_C^* , τ_C^* a sestavení příslušných Haighových diagramů (pokud jsou σ_m , τ_m nenulové).
4. Do diagramu zakreslit pracovní bod P (se souřadnicemi σ_{aP} , σ_{mP} , resp. τ_{aP} , τ_{mP}) a stanovit (odhadnout) zatěžovací a přetěžovací dráhu.
5. Pro **proporcionální zatěžování** a přetěžování stanovit bezpečnosti pro normálovou a smykovou složku napětí k_σ , k_τ podle vzorců pro zvolenou aproximaci Haighova diagramu.
Výslednou bezpečnost (za podmínky proporcionality mezi normálovou a smykovou složkou napětí)

pak určíme ze vztahu

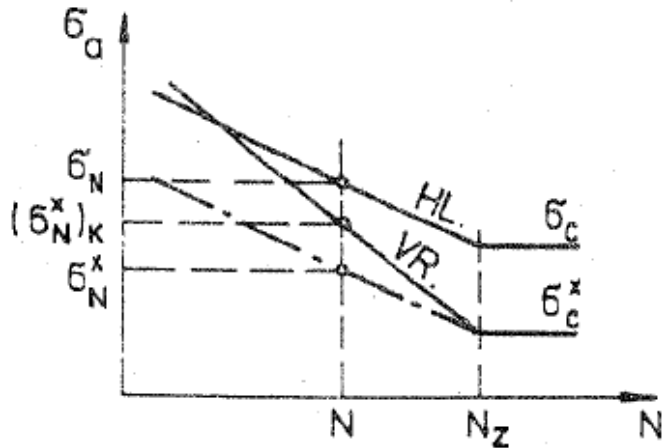
$$k_C = \frac{k_{C\sigma} \cdot k_{C\tau}}{\sqrt{k_{C\sigma}^2 + k_{C\tau}^2}}$$

6. Pro jiné zatěžovací dráhy (proměnný poměr mezi středním napětím a amplitudou a/nebo mezi normálovým a smykovým napětím) určíme bezpečnost na základě příslušného grafu; mezní hodnoty určíme jako souřadnice průsečíků zatěžovací dráhy v grafu s příslušnou mezní křivkou.
7. Vyhodnocení bezpečnosti: $k_C > 1$ - neomezená životnost; $k_C < 1$ - časově omezená životnost
8. Aby bylo dosaženo neomezené životnosti, nesmí docházet k lokálním plastickým deformacím (vznik NCÚ). Je-li amplituda napětí u pulzujících cyklů malá vůči střední hodnotě, je třeba kontrolovat i na maximální napětí podle podmínky plasticity, což většina zjednodušujících přístupů opomíjí.

$$k_k = \frac{\sigma_k}{\sigma_{red}} = \frac{\sigma_k}{\sqrt{\sigma_h^2 + 4\tau_h^2}}$$

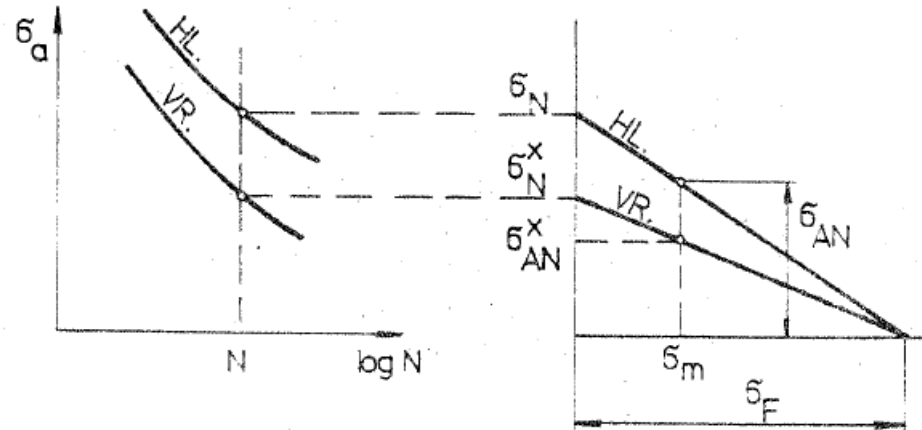
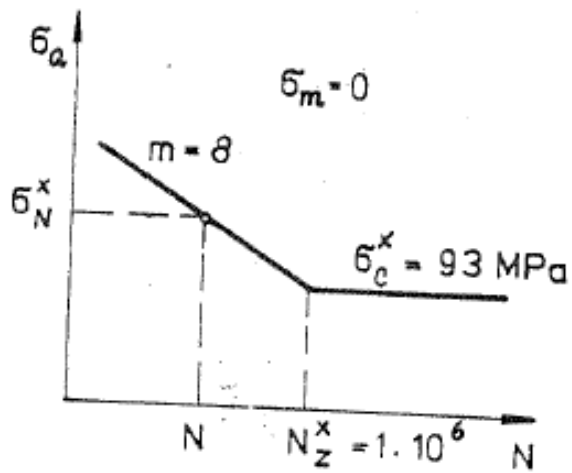
Časovaná pevnost

- pro konstantní amplitudu napětí a symetrický cyklus



Rovnice šikmé větve Wöhlerovy křivky

$$(\sigma_N^x)^m \cdot N = (\sigma_c^x)^m \cdot N_z^x$$



- **pro nesymetrický cyklus napětí**

Pro VCÚ je možné podobně jako u koncepce nominálních napětí pro trvalou pevnost na základě zjednodušených Haighových diagramů transformovat nesymetrický cyklus napětí ($\sigma_m > 0$) na fiktivní symetrický cyklus s amplitudou σ_{af} vykazující stejnou bezpečnost. Např. při využití Serensenova zjednodušení Haighova diagramu dostaneme tímto postupem následující vztahy pro amplitudu fiktivního symetrického cyklu:

$$\sigma_{af} = \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m \quad , \quad \tau_{af} = \tau_a + \psi_\tau \tau_m$$

Pro NCÚ je možno použít modifikovaný vztah Manson-Coffinův:

$$\varepsilon_{at} = \frac{\sigma_f' - k_m \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c$$

kde k_m je další materiálový parametr; pokud nemáme pro daný materiál k dispozici experimentální data o vlivu středního napětí na mez únavy, použijeme (podle Morrowa) hodnotu $k_m=1$.

Pozn.: V praxi se používají i další přístupy k hodnocení nesymetrických cyklů napětí, jako např. SWT (Smith-Watson-Topper).

Takto získaný fiktivní symetrický cyklus pak dále hodnotíme stejným postupem jako reálné symetrické cykly.

Namáhání s proměnnou amplitudou napětí (jednoosá napjatost)

1. Postup pro několik různých konstantních amplitud napětí - hypotéza lineární kumulace poškození (Palmgren-Miner)

Tento přístup je založen na předpokladu, že dílčí poškození ΔD_i , způsobené skupinou zátěžných cyklů (s přibližně stejnými parametry) je dáno poměrem počtu cyklů v této skupině n_i ku počtu cyklů do porušení

N_{fi} , platnému pro tuto skupinu cyklů:

$$\Delta D_i = \frac{n_i}{N_{fi}}$$

Únavové porušení nastává tehdy, když celkové poškození všemi skupinami cyklů D_{Nf} dosáhne hodnoty c , která se určuje na základě experimentů; pokud nejsou k dispozici, použijeme teoretickou hodnotu $c=1$. Celkové poškození se stanovuje jako součet dílčích poškození jednotlivými skupinami cyklů, takže

podmínku porušení lze psát ve tvaru:

$$D_{Nf} = \sum_{i=1}^s \Delta D_i = \sum_{i=1}^s \frac{n_i}{N_{fi}} = c$$

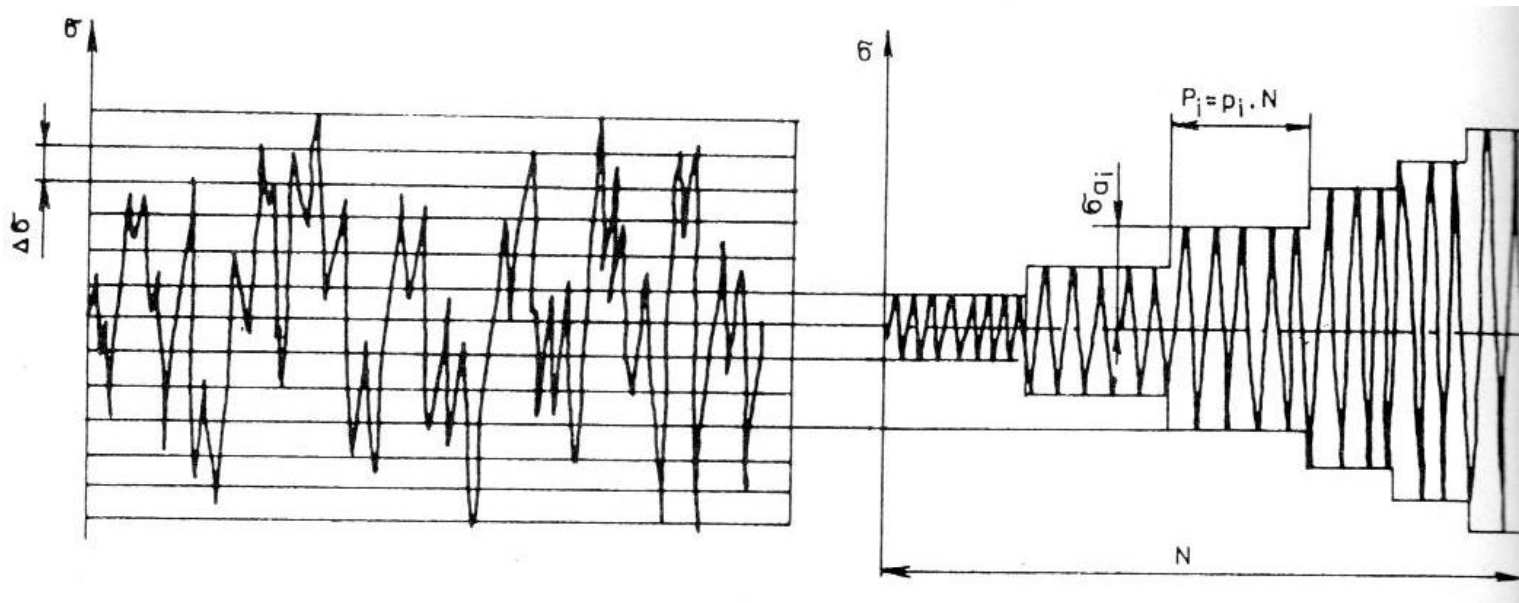
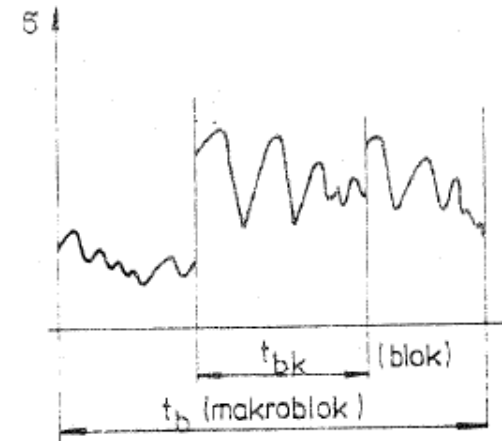
Pro aplikaci Wöhlerovy křivky se dá vztah upravit do následujícího tvaru:

$$\frac{1}{N_{fz} (\sigma_c^*)^m} \sum_{i=1}^s \sigma_{ai}^m \cdot n_i = c$$

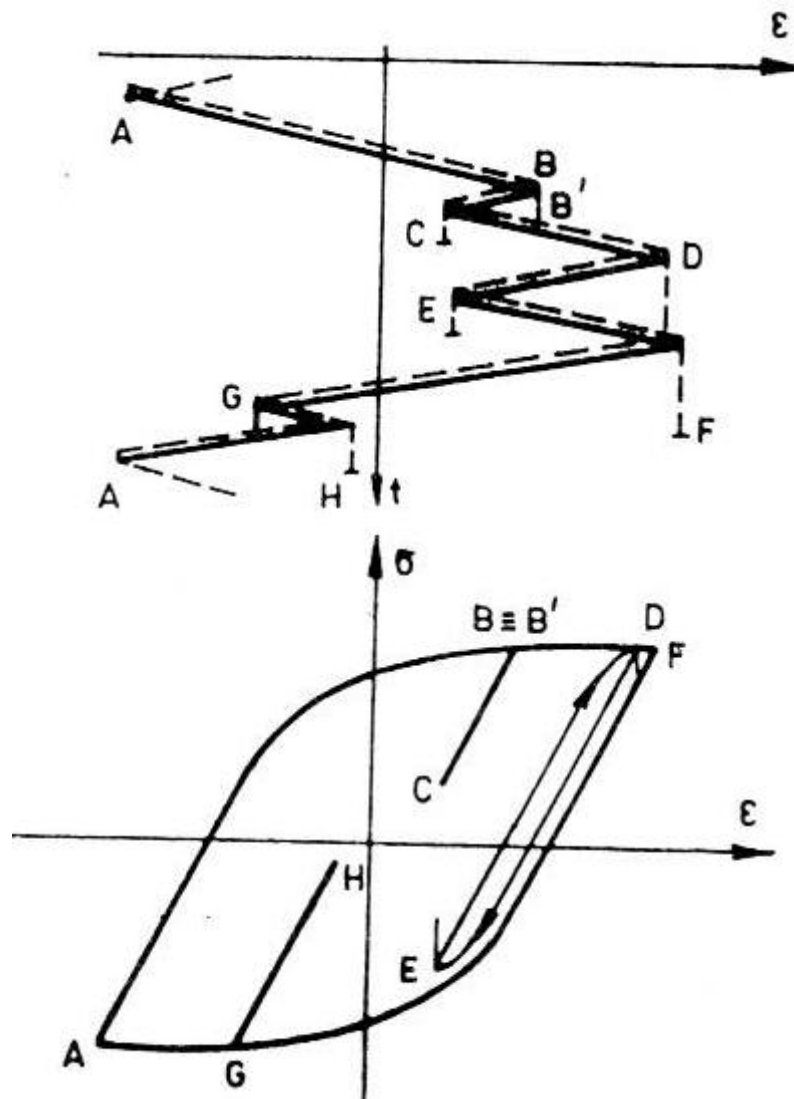
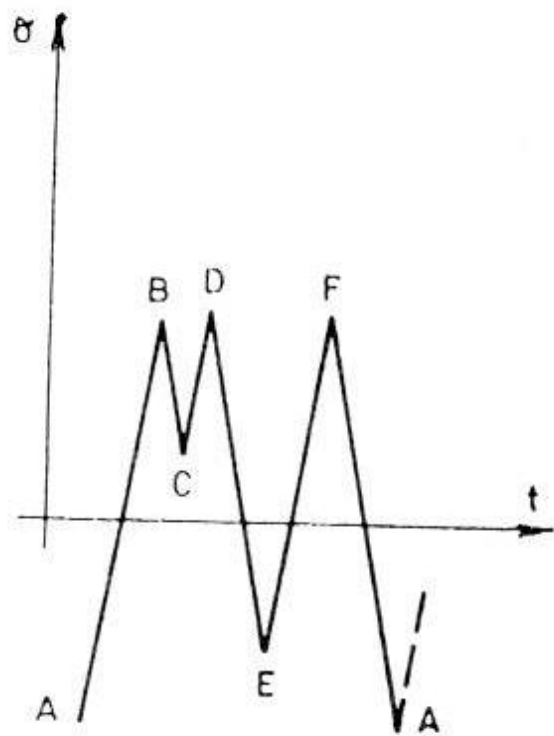
kde N_{fz} je počet cyklů odpovídající mezi únavy. Exponent m (je vždy kladný) se vztahuje ke sklonu Wöhlerovy křivky (přímky v logaritmických souřadnicích).

2. Namáhání se stochastickým průběhem napětí (jednoosá napjatost).

Posouzení životnosti vyžaduje **dekompozici náhodného průběhu** zatěžování (napětí) na jednotlivé skupiny zátěžných cyklů (viz obr.). Z používaných metod jsou nejčastější metoda stékání deště ("rainflow method") a rezervoárová metoda ("reservoir method").



Metoda stékání deště



Koncepce lokálních elastických napětí

Základem této koncepce je určení střídavého napětí (amplitudy, příp. středního napětí) v kořeni vrubu posuzované součásti za předpokladu platnosti Hookova zákona v celém rozsahu zatěžování.

Tato amplituda vrubového napětí může představovat

- buď amplitudu napětí stanovenou teoretickým výpočtem $(\sigma_{a, vr})_{teor}$, která může být stanovena
 - ze znalosti součinitele tvaru a amplitudy nominálního napětí $(\sigma_{a, vr})_{teor} = \alpha \cdot \sigma_{a, nom}$
 - výpočtem metodou konečných prvků $(\sigma_{a, vr})_{teor} = \sigma_{a, MKP}$
- nebo efektivní amplitudu napětí $(\sigma_{a, vr})_{ef}$, charakterizující proces únavového porušení, která může být stanovena
 - ze znalosti součinitele vrubu a amplitudy nominálního napětí $(\sigma_{a, vr})_{ef} = \beta \cdot \sigma_{a, nom}$
 - z metody konečných prvků a redukce na vrubovou citlivost materiálu $(\sigma_{a, vr})_{ef} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \sigma_{a, MKP} = \frac{\sigma_{a, MKP}}{n_G}$

Zde součinitel $n_G = \frac{\alpha}{\beta} > 1$ vyjadřuje podpurný vliv gradientu napětí.

Podmínka vzniku únavového porušení $(\sigma_{a, vr})_{ef} = \sigma'_C$

Koncepce lokálních elasto-plastických napětí a deformací- pro NCÚ

1. Koncepce plastické redistribuce napětí podle Neubera

Pro jednosměrné zatěžování odvodil Neuber v roce 1968 výraz

$$\alpha_H = \sqrt{\alpha_\sigma \cdot \alpha_\varepsilon} = \frac{\sigma_H}{\sigma_{\text{nom}}}$$

α_H ... součinitel tvaru – určen pro elastickou napjatost za předpokladu platnosti Hookova zákona; (častěji se píše pouze α)

σ_H ... napětí určené za předpokladu platnosti Hookova zákona v celém rozsahu zatěžování, obvykle se označuje jako „hookovské napětí“ (někdy také lineární nebo elastické).

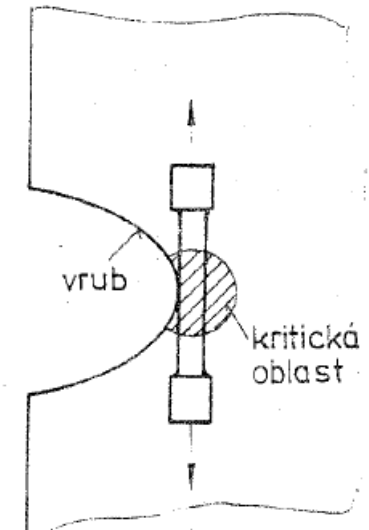
α_σ ... součinitel koncentrace napětí

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{nom}}}$$

α_ε ... součinitel koncentrace deformace

$$\alpha_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{nom}}}$$

σ ... skutečné napětí v kořeni vrubu (lokální napětí v kořeni vrubu)
(local true notch stress)



Po dosazení
$$\frac{\sigma}{\sigma_{\text{nom}}} \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{nom}}} = \alpha^2$$

neboli
$$\sigma \cdot \varepsilon = \alpha^2 \cdot \sigma_{\text{nom}} \cdot \varepsilon_{\text{nom}} = \frac{(\alpha \cdot \sigma_{\text{nom}})^2}{E} = \frac{\sigma_H^2}{E} = \text{konst.}$$

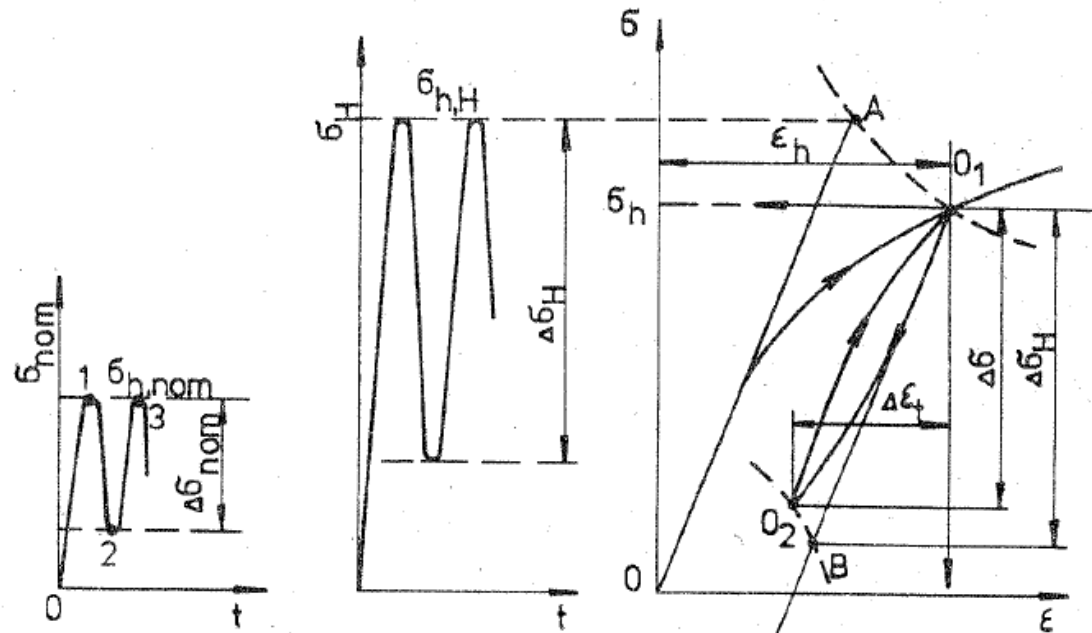
To je rovnice rovnoosé hyperboly v souřadnicové soustavě $\sigma - \varepsilon$.

Pozn.: Bylo zde uvažováno (což nebývá obvykle zdůrazňováno), že nominální napětí a deformace jsou v elastické oblasti a platí pro ně Hookeův zákon: $\varepsilon_{\text{nom}} = \frac{\sigma_{\text{nom}}}{E}$

Shora uvedené bylo odvozeno pro jednosměrně rostoucí zatížení. Později bylo experimentálně prokázáno, že to může být použito i pro zatěžování cyklické.

a) Nultý půlcyklus (O – 1)

Jedná se v podstatě o jednosměrné zatížení z počátku do bodu 1. Hledáme průsečík rovnoosé hyperboly s cyklickou deformační křivkou:



- Rovnice hyperboly s počátkem v bodě 0: $\sigma_h \cdot \varepsilon_h = \frac{(\sigma_{h,nom} \cdot \alpha_H)^2}{E} = \frac{\sigma_{hH}^2}{E}$
- Rovnice cyklické deformační křivky: $\varepsilon_h = \frac{\sigma_h}{E} + \left(\frac{\sigma_h}{K'} \right)^{1/n'}$

Dostaneme tak horní napětí σ_h a horní deformaci ε_h .

b) Následný půlcyklus (1 – 2)

Jedná se o odlehčování z bodu 1 do bodu 2.

Hledáme průsečík rovnoosé hyperboly s počátkem v bodě O_1 s větví hysterezní smyčky.

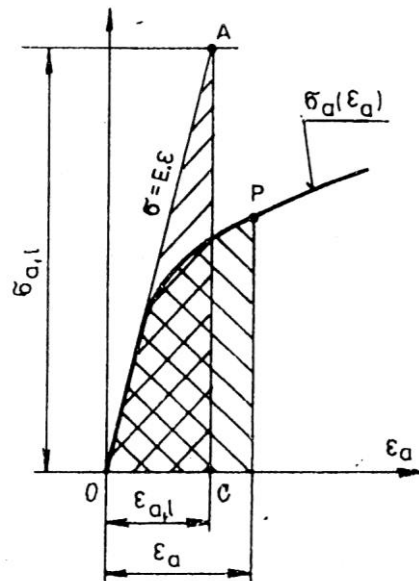
- Rovnice hyperboly s počátkem v bodě O_1 : $\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = \frac{(\alpha_H \cdot \Delta\sigma_{nom})^2}{E} = \frac{\Delta\sigma_H^2}{E}$
- Rovnice větve hysterezní smyčky: $\Delta\varepsilon_t = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2 \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'} \right)^{1/n'}$

Řešením (numerickým) uvedených rovnic dostaneme rozkmit napětí $\Delta\sigma$ a rozkmit celkové deformace $\Delta\varepsilon_t$, příp. amplitudu celkové deformace ε_{at} . Z Manson-Coffinovy křivky se potom určí odhad počtu cyklů do porušení. Tento odhad je ve srovnání se skutečností obvykle konzervativní.

Pozn.: Bylo navrženo více než deset různých modifikací původní Neuberovy koncepce.

2. Koncepce ekvivalentní energie (energetické kritérium Molski-Glinka)

je založeno na předpokladu stejné hodnoty izovolumické měrné energie napjatosti (energie změny tvaru) pro lineárně elastické a elasticko-plastické deformace.



$$\frac{1}{2} \sigma_{a,l} \cdot \varepsilon_{a,l} = \int_0^{\varepsilon_a} \sigma_a \cdot d\varepsilon_a$$

Výpočet ε_a je pro oba uvedené přístupy možný numerickými metodami.

Hodnoty amplitudy přetvoření vypočtené pomocí kritéria Molski-Glinka jsou nižší než u Neuberova přístupu, dostáváme tedy vyšší počty cyklů do lomu a lepší shodu s realitou.

3. Využití MKP pro stanovení elasto-plastických deformací

Metoda konečných prvků (MKP) umožňuje vypočítat amplitudu přetvoření pro jakýkoli tvar tělesa a elasto-plastický model materiálu. Maximální hodnota (obvykle ve vrubu) se pak použije v Manson-Coffinově křivce pro odhad počtu cyklů do porušení.

Všechny uvedené koncepce pro omezenou životnost jsou zde uvedeny pro jednoosou napjatost (a pro nesymetrické cykly napětí a přetvoření). Mohou být formulovány také pro víceosou napjatost, a to jak pro proporcionální, tak i neproporcionální namáhání.

Pro obecnou prostorovou napjatost a nesymetrický cyklus

dosud neexistují obecné standardy posuzování.

Aktuální informace a databáze lze nalézt např. na následujících odkazech:

www.pragtic.com

www.fatiguecalculator.com

www.freewebs.com/fatigue-life-integral/