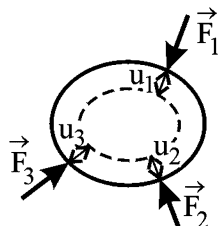


5.3.3. Věty o deformační práci silových soustav

a) Věta o deformační práci soustavy osamělých sil



$$\begin{aligned}\vec{0} \rightarrow \vec{F}_1 &\Rightarrow A_1 = \frac{1}{2}F_1u_{11}. \\ \vec{0} \rightarrow \vec{F}_1 \rightarrow \vec{F}_1 \cup \vec{F}_2 &\Rightarrow A_2 = A_1 + \frac{1}{2}F_2u_{22} + F_1u_{12} = \\ &= \frac{1}{2}F_1(u_{11} + u_{12}) + \frac{1}{2}F_2u_{22} + \frac{1}{2}F_1u_{12}.\end{aligned}$$

$$F_1u_{12} = F_2u_{21} \Rightarrow A_2 = \frac{1}{2}F_1(u_{11} + u_{12}) + \frac{1}{2}F_2(u_{21} + u_{22})$$

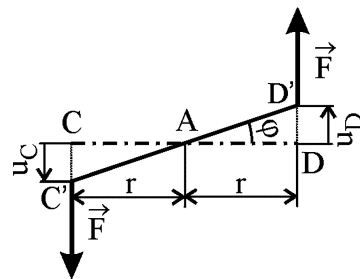
$$A = \frac{1}{2}F_1u_1 + \frac{1}{2}F_2u_2 + \cdots + \frac{1}{2}F_nu_n = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^n F_iu_i.$$

b) Deformační práce při působení silové dvojice

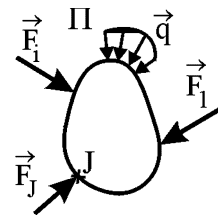
$$\mathcal{M} = 2rF$$

$$u = r \operatorname{tg} \varphi = r\varphi$$

$$A = \frac{1}{2}F_1u_1 + \frac{1}{2}F_2u_2 = \frac{1}{2}Fr\varphi - \frac{1}{2}F(-r\varphi) = \frac{1}{2}F2r\varphi = \frac{1}{2}\mathcal{M}\varphi$$

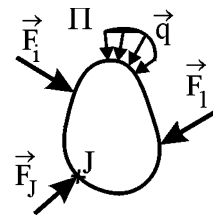


c) Věta Castiglianova



c) Věta Castiglianova

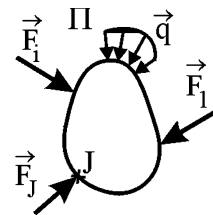
$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$



c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

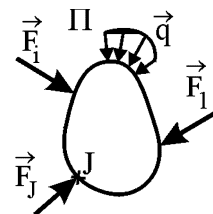


c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$



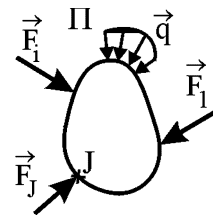
c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$



c) Věta Castiglianova

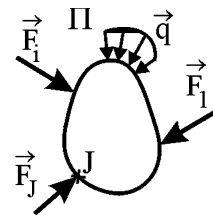
$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$

$$F_i = \frac{\partial W}{\partial u_i}$$



c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

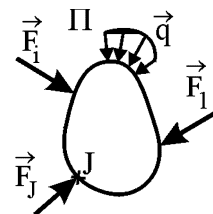
$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$

$$F_i = \frac{\partial W}{\partial u_i}$$

$\frac{\partial F_i}{\partial F_J}$ je jen 1 nebo 0



c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

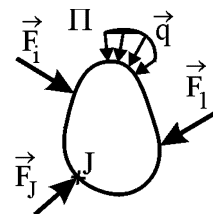
$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$

$$F_i = \frac{\partial W}{\partial u_i}$$

$\frac{\partial F_i}{\partial F_J}$ je jen 1 nebo 0

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial F_J} =$$



c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

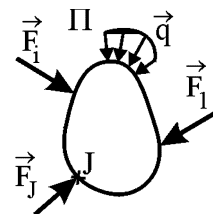
$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$

$$F_i = \frac{\partial W}{\partial u_i}$$

$\frac{\partial F_i}{\partial F_J}$ je jen 1 nebo 0

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J$$



c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

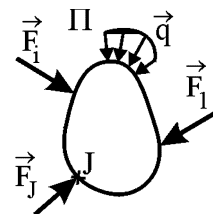
$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$

$$F_i = \frac{\partial W}{\partial u_i}$$

$\frac{\partial F_i}{\partial F_J}$ je jen 1 nebo 0

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial W}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J.$$



c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

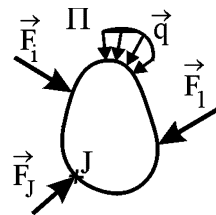
$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$

$$F_i = \frac{\partial W}{\partial u_i}$$

$\frac{\partial F_i}{\partial F_J}$ je jen 1 nebo 0

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial W}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J.$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J$$



c) Věta Castiglianova

$$A = \sum_{i=1}^n A_i$$

$$\Delta W = \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i u_i$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{\partial A_1}{\partial F_J} + \frac{\partial A_2}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_J}{\partial F_J} + \cdots + \frac{\partial A_n}{\partial F_J}$$

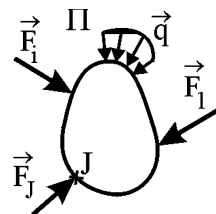
$$\frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} \frac{\partial F_i}{\partial F_J} u_i$$

$$F_i = \frac{\partial W}{\partial u_i}$$

$\frac{\partial F_i}{\partial F_J}$ je jen 1 nebo 0

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial A_i}{\partial F_J} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n F_i \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial W}{\partial u_i} \frac{\partial u_i}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J.$$

$$\frac{\partial W}{\partial F_J} = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial F_J} + \frac{1}{2} u_J \quad \implies \quad \frac{\partial W}{\partial F_J} = u_J.$$



Působí-li na lineárně pružné těleso (soustavu) silová soustava, pak posuv u_J působíště síly $\vec{F}_J$ po její nositelce je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této síly $u_J = \frac{\partial W}{\partial F_J}$.

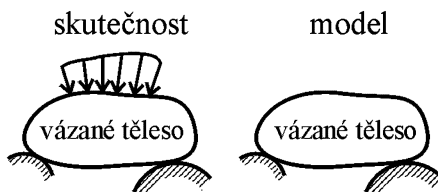
Úhel natočení φ_J přímky spojené s působíštěm silové dvojice $\vec{\mathcal{M}}_J$ v rovině jejího působení je dán parciální derivací celkové energie napjatosti tělesa (soustavy) podle této dvojice $\varphi_J = \frac{\partial W}{\partial \mathcal{M}_J}$.

5.4. Saint Venantův princip

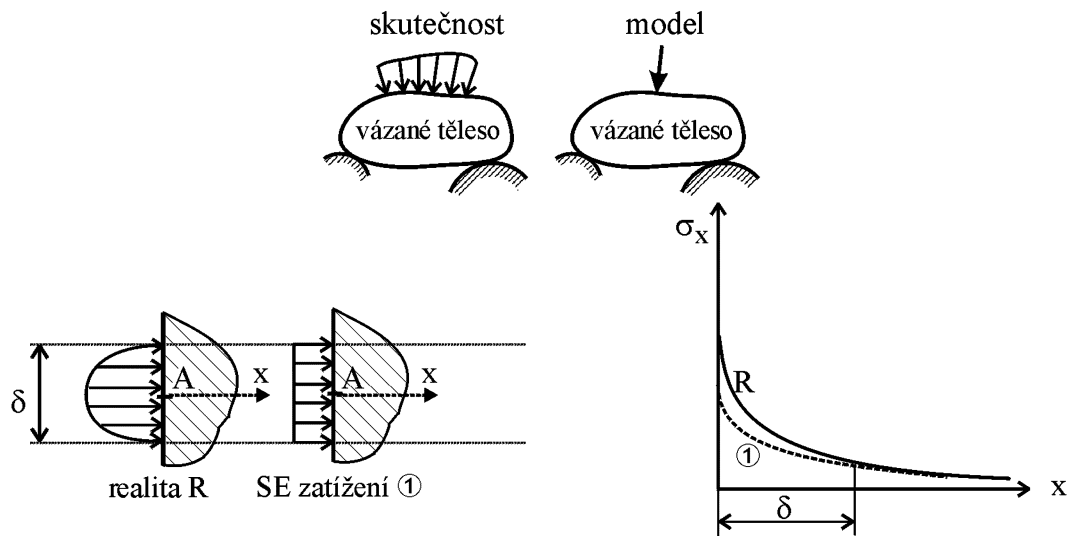
skutečnost



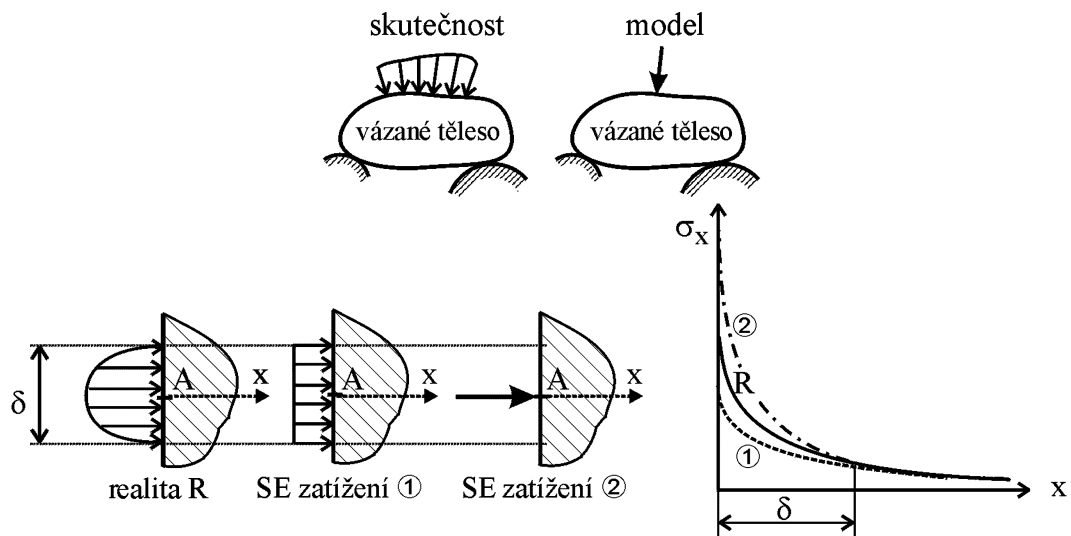
5.4. Saint Venantův princip



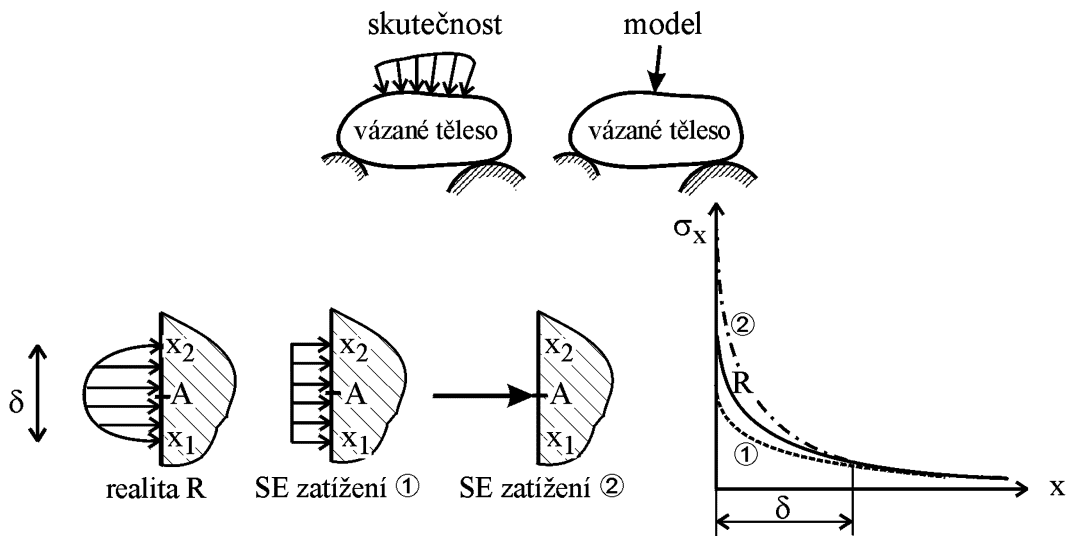
5.4. Saint Venantův princip



5.4. Saint Venantův princip



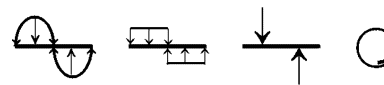
5.4. Saint Venantův princip



Nahradíme-li v určité oblasti tělesa jednu silovou soustavu jinou, staticky ekvivalentní soustavou, pak napjatost tělesa je pro obě zatížení prakticky stejná s výjimkou blízkého okolí oblasti náhrady, jehož rozměry δ jsou srovnatelné s rozměry této oblasti.

Význam Saint Venantova principu:

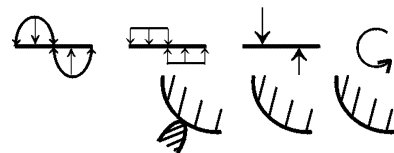
a) výpočtové modely silového působení



Význam Saint Venantova principu:

a) výpočtové modely silového působení

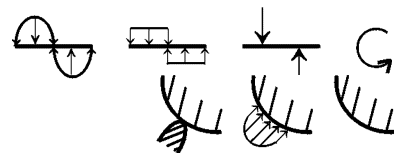
b) výpočtové modely styku těles



Význam Saint Venantova principu:

a) výpočtové modely silového působení

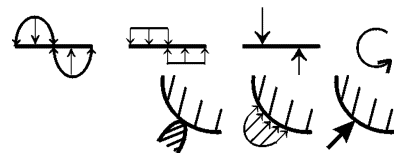
b) výpočtové modely styku těles



Význam Saint Venantova principu:

a) výpočtové modely silového působení

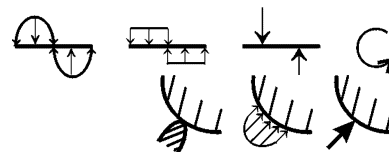
b) výpočtové modely styku těles



Význam Saint Venantova principu:

a) výpočtové modely silového působení

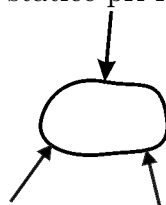
b) výpočtové modely styku těles



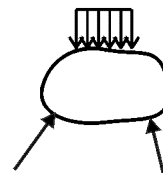
c) nepoužívat zjednodušení běžná ve staticce při řešení napjatosti a deformace



skutečné
vázané těleso



model pro řešení
statické rovnováhy

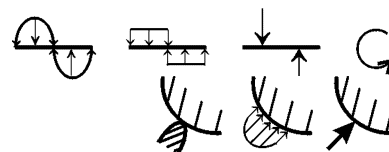


model pro řešení
napjatosti a deformace

Význam Saint Venantova principu:

a) výpočtové modely silového působení

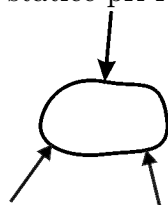
b) výpočtové modely styku těles



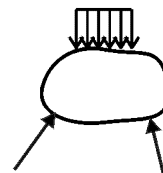
c) nepoužívat zjednodušení běžná ve staticce při řešení napjatosti a deformace



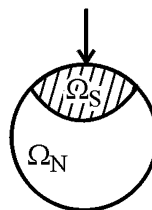
skutečné
vázané těleso



model pro řešení
statické rovnováhy



model pro řešení
napjatosti a deformace

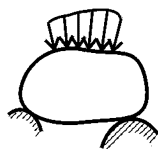
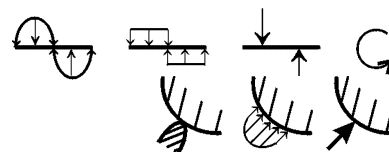


Význam Saint Venantova principu:

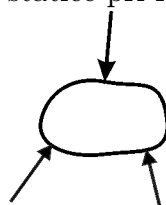
a) výpočtové modely silového působení

b) výpočtové modely styku těles

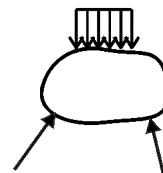
c) nepoužívat zjednodušení běžná ve staticce při řešení napjatosti a deformace



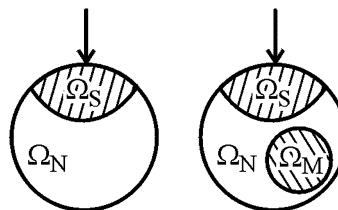
skutečné
vázané těleso



model pro řešení
statické rovnováhy



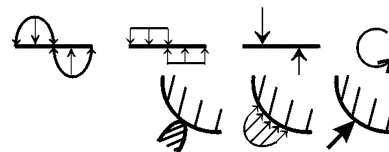
model pro řešení
napjatosti a deformace



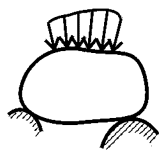
Význam Saint Venantova principu:

a) výpočtové modely silového působení

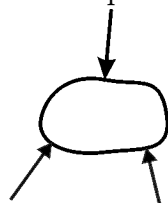
b) výpočtové modely styku těles



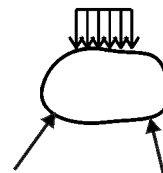
c) nepoužívat zjednodušení běžná ve staticce při řešení napjatosti a deformace



skutečné
vázané těleso



model pro řešení
statické rovnováhy



model pro řešení
napjatosti a deformace

provozní schopnost tělesa určena mezními stavy
v $\Omega_M \Rightarrow \Omega_M$ nesmí neobsahovat žádný bod Ω_S
(oblast ovlivněná náhradou silového působení na
ploše Γ_S)

